

Estratégia de decomposição

Considere primeiramente o problema da multiplicação de inteiros.

A primeira observação é que, ao invés de trabalhar com os dígitos individualmente, nós podemos, por exemplo, trabalhar com pares de dígitos

2371

x1658

A ideia aqui é começar multiplicando o primeiro número (formado pelos pares 23 e 71) pelo par 58 — isso é a mesma coisa que trabalhar na base 100 (a aritmética da centopéia ...).

Ao multiplicar 58 por 71, nós obtemos 18 e “vai 41”:^a

41

2371

x1658

18

A seguir, multiplicando 58 por 23, e somando 41, nós obtemos

2371

x1658

137518

Finalmente, repetindo a mesma operação para o par 16 e somando os resultados, nós obtemos a resposta

2371

x1658

137518

37936

3931118

Legall!

Agora nós estamos prontos para pensar sobre números bem grandes.

Considere a multiplicação abaixo, envolvendo dois números X e Y com n dígitos cada um

xn...x2x1

xyn...y2y1

A ideia dessa vez é trabalhar com grupos de $n/2$ dígitos, dividindo cada número exatamente no meio

xn...xn/2+1xn/2...x1

xyn...yn/2+1yn/2...y1

Denotando as duas partes de X e Y por X_2, X_1 e Y_2, Y_1 , respectivamente, a coisa fica assim

X2X1

xY2Y1

E agora, basta fazer as contas.

Observando que

X=X2·10^{n/2}+X1

Y=Y2·10^{n/2}+Y1

as contas podem ser feitas da seguinte maneira

X·Y=(X2·10^{n/2}+X1)×(Y2·10^{n/2}+Y1)

=X2Y2·10ⁿ+X2Y1·10^{n/2}+X1Y2·10^{n/2}+X1Y1

^aEssa é a aritmética da centopéia ...